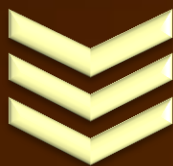


Юшин-Русанов Д.С.

$$\sqrt{x} + \sqrt{x+8} \leq 5$$



НЕРАВЕНСТВА



- РАЦИОНАЛЬНЫЕ
- ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ
- ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ
- ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ
- ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ
- КОМБИНИРОВАННЫЕ

Челябинск

2022

ОТ АВТОРА

Здравствуйте, уважаемые педагоги и учащиеся! Предлагаем вашему вниманию сборник задач по теме «неравенства». Решение неравенств способствует развитию аналитического типа мышления, умению работать по алгоритму, аргументированно доказывать свою точку зрения; воспитывает точность и аккуратность, целеполагание и трудолюбие. Поэтому обучение решению неравенств является неотъемлемой частью школьной программы по математике.

Особое место занимают неравенства в структуре экзаменационных работ по математике в 9 и 11 классах. Умение их решать приносит учащимся дополнительные баллы на базовом и на повышенном уровне сложности, при решении заданий с кратким и развёрнутым ответом. Данный сборник служит опорой при подготовке к экзамену, позволяет повторить курс неравенств от простого к сложному, разобраться в методах решения различных видов неравенств и их систем.

Стоит отметить, что учащимся полезно будет овладеть навыками сравнения чисел различных классов, а так же познакомиться с некоторыми классическими способами доказательства неравенств. Это поможет, например, в подготовке к олимпиаде. Поэтому задания такого типа включены во все разделы данного пособия.

Использовать сборник задач рекомендуется как в рамках специальных курсов, так и при проведении обычных уроков, для самостоятельных или домашних работ, и т.д. Несмотря на то, что сборник рассчитан на классы с углубленным изучением математики, большая часть его заданий доступна так же и для классов, где математика изучается на базовом уровне.

Желаем успехов в обучении!!!

СОДЕРЖАНИЕ

ГЛАВА 1. НЕРАВЕНСТВА 8-9 КЛАСС	4
1.1. Сравнение чисел.....	4
1.2. Свойства неравенств.....	5
1.3. Доказательство неравенств	6
1.4. Линейные неравенства.....	7
1.5. Рациональные неравенства	8
1.6. Неравенства с модулем.....	9
1.7. Дробно-рациональные неравенства.....	10
1.8. Системы рациональных неравенств.....	11
ГЛАВА 2. НЕРАВЕНСТВА 10-11 КЛАСС	12
2.1. Иррациональные неравенства.....	12
2.2. Логарифмические неравенства	15
2.3. Показательные неравенства	18
2.4. Тригонометрические неравенства	21
2.5. Комбинированные неравенства	23

ГЛАВА 1. НЕРАВЕНСТВА 8-9 КЛАСС

1.1. Сравнение чисел

1. Сравнить целые числа:

а) $999876 \vee 1112435$ б) $2001324 \vee 2001243$

в) $-12345 \vee -5432$ г) $-302917 \vee -302719$

2. Сравнить десятичные дроби:

а) $2,0513 \vee 2,052$ б) $1,7299 \vee 1,8$

в) $-0,035 \vee -0,029$ г) $-13,23 \vee -5,431$

3. Сравнить обыкновенные дроби:

а) $\frac{3}{4} \vee \frac{5}{6}$ б) $1\frac{9}{11} \vee 1\frac{6}{7}$

в) $-\frac{5}{8} \vee -\frac{2}{5}$ г) $-2\frac{3}{10} \vee -\frac{10}{3}$

4. Сравнить выражения:

а) $123456 \cdot 78 \vee 123456 \cdot 87$

б) $-3,212121 \cdot 13 \vee -3,212121 \cdot 31$

в) $57 \cdot 23 + 57 \cdot 49 \vee 72 \cdot 56$

г) $18 \cdot 3,4 - 18 \cdot 8,5 \vee -5,1 \cdot 22$

5. Сравнить выражения:

а) $178^2 - 78^2 \vee 163^2$

б) $180^2 - 261^2 \vee -187^2$

в) $(-333)^2 \vee (-444)^2$

г) $-(0,333)^2 \vee -(0,444)^2$

6. На одной координатной прямой изобразить числа:

а) $7,2; 7,15; 7,4; 7,035$ б) $-5,2; -5; -5,19; -4,9$

в) $\frac{2}{7}; \frac{5}{8}; 1\frac{7}{10}; 1\frac{3}{5}$ г) $-\frac{3}{4}; -\frac{7}{8}; -2\frac{1}{5}; -2\frac{1}{4}$

1.2. Свойства неравенств

1. Известно, что $x > y$, установите истинность неравенств:

а) $3x > 3y$ в) $x - 1 > y - 2$ д) $y + \sqrt{5} < x + \sqrt{5}$

б) $-2x > -2y$ г) $-\frac{x}{4} < -\frac{y}{4}$ е) $2y + 1 > 2x + 1$

2. Известно, что $x < y < 0$, установите истинность неравенств:

а) $xy > 0$ в) $x - y < xy$ д) $x^2y < 0$

б) $x - y < 0$ г) $(y - x)x > 0$ е) $xy^2 > (y - x)x^2$

3. Проверьте истинность неравенств:

а) $\sqrt{17} > 4,1$ в) $3\sqrt{2} > 2\sqrt{3}$ д) $5 - 2\sqrt{7} > 0$

б) $-7 > -2\sqrt{7}$ г) $\sqrt{11} - 3 > 0$ е) $-\sqrt{3}(2 - \sqrt{5}) > -\sqrt{3}$

4. Известно, что $a > b$, $c < b$, $d > c$, установить истинность:

а) $a - c > 0$ г) $d + b > 2c$

б) $a - b > c - b$ д) $\frac{b-c}{d-c} < \frac{a-b}{c-a}$

в) $a + d < c + b$ е) $\frac{a+b+d}{a^2+c^2} > \frac{b+2c}{a^2+c^2}$

5. Известно, что $a^2 - b^2 > 9$, можно ли утверждать, что:

а) $a > b$ г) $(a - b)^2 > 9 - 2ab$

б) $(a - b)(a + b) > 0$ д) $(b + 3)^2 > a^2$

в) $(a - 3)(a + 3) > b^2$ е) $(a + 3)^2 > (b - 3)^2$

6. Можно ли утверждать, что:

а) $ab > 14$, если $a > 5$, $b > 3$

б) $ab < m$, если $a < m$, $b < 1$

в) $ab + cb > k^2$, если $a > k - c$, $b > k$, $k > 0$

г) $a^2 - 3ab > 7$, если $a > 2$, $a > 3(b + 1)$

1.3. Доказательство неравенств

1. Показать, что при любом x :

а) $x^2 + 4 > 0$ г) $x^2 - 4x + 5 > 0$

б) $(x + 1)x > x - 4$ д) $(x^2 + 2x + 2)(-1 - x^2) < 0$

в) $(-x^2 - 9)x^2 \leq 0$ е) $x^4 + 9x^2 \geq 6x^3$

2. Докажите неравенство:

а) $x^2 + y^2 + 190 > 20y - 16x$

б) $a^2 + b^2 + c^2 + 3 \geq 2(a + b + c)$

в) $x^2y^2 + 5x^2 + 3y^2 > 4yx^2 + 12y - 15$

г) $2a^2 + b^2 + 6a \geq 2ab - 9$

д) $x^2 + y^2 - 2xy \geq 2y - 2x - 1$

е) $(a - 2b)^2 - 4a + 8b + 4 \geq 0$

3. Докажите неравенство:

а) $\frac{x^2}{1+x^4} \leq \frac{1}{2}$ г) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \leq \frac{x}{y^2} + \frac{y}{x^2}$ при $x, y > 0$

б) $\frac{a}{1+a+a^2} \leq \frac{1}{3}$ д) $\frac{a^4+16}{12+3a^2} \leq \frac{2a}{3}$

в) $\frac{2x^2}{3-\sqrt{10}} < \frac{x^2-1}{3-\sqrt{10}}$ е) $\frac{x^2}{3x^2+27} \geq \frac{2x-3}{x^2+9}$

4. Докажите неравенство Коши и остальные неравенства ($a, b > 0$):

а) $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$

б) $(x + 4)(y + 4)(x + y) \geq 32xy$

в) $(a + b) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \geq 4$

г) $(x + y - 2\sqrt{xy})(2x^2y^2 - x^4 - y^4) \leq 0$

д) $\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right) (a^2 + 4ab + 4b^2 + 3) \geq 6$

1.4. Линейные неравенства**1.** Решить элементарное неравенство:

а) $3x > 12$

г) $-2x \leq 15$

б) $14x < 7$

д) $-3,5x > 10,5$

в) $5x \geq -30$

е) $-4x \leq -18$

2. Решить линейное неравенство:

а) $5x + 2 > 12$

г) $-2x - 9 > x + 6$

б) $-3x + 1 < 7$

д) $6x + 12 \leq 4x + 16$

в) $1,4x - 3 \geq 4$

е) $-x + 1 > -3x - 21$

3. Решить неравенство:

а) $2(x - 7) + 5 > 4(x + 2)$

г) $x(x - 2) > 3(x + 5) + x^2$

б) $-3(x + 2) < 7 - 2(x - 1)$

д) $(x + 3)(x + 2) \leq x(x + 5)$

в) $4(1,5 - 2x) \geq 2(x + 0,5)$

е) $(2x - 3)^2 > 4x^2 - 12x$

4. Решить неравенство, содержащее дроби:

а) $\frac{x}{7} + x > 4$

г) $\frac{x}{5} - \frac{x+3}{7} \geq -1$

б) $\frac{5x}{3} + 1 \leq \frac{x+1}{3}$

д) $\frac{7-x}{2} \leq \frac{x+1}{3} + 2$

в) $\frac{4x-2}{5} - \frac{6x-2}{5} \geq 3$

е) $\frac{-x-2}{5} + \frac{x}{3} \geq \frac{7}{15}$

5. Решить неравенство, используя свойства неравенств:

а) $99(5x - 2) > 99(3x + 1)$

г) $(\sqrt{7} - 3)(5x - 2) > 0$

б) $\sqrt{5}(x + 7) \leq \sqrt{5}(3x - 1)$

д) $(-x^2 - 4)(6 - 2x) \leq 0$

в) $-0,71(7x + 3) > -0,71x$

е) $(x^2 + 2x + 3)(7x + 1) > 0$

6. Решить неравенство, используя логические приёмы:

а) $\frac{3x + 11}{x^2 + 4x + 5} > \frac{5x + 23}{2x^2 + 8x + 10}$

б) $\frac{(4 - 2\sqrt{3})(x^2 + 1)}{3(5 - x)} \leq 0$

1.5. Рациональные неравенства

1. Решить неравенство:

а) $(x - 2)(x + 1) > 0$

г) $x^2 - 16 \leq 0$

б) $(3x - 1)(4 - x) < 0$

д) $5x - x^2 > 0$

в) $x(2x + 1)(x - 3) \geq 0$

е) $x^2 - 3x + 2 \leq 0$

2. Решить неравенство:

а) $(x - 3)(x + 4) > -6$

г) $(5 - 2x)(x + 1) < 3$

б) $x^3 - 2x^2 \geq 3x$

д) $(x + 1)x^2 \leq 4(x + 1)$

в) $x^3 - 5x^2 \geq 9x - 45$

е) $x^4 - 5x^2 + 4 < 0$

3. Решить неравенство:

а) $(x^2 - 5)(-x^2 - 4x - 5) > 0$

г) $(31x - 7)^2 > (21x - 6)^2$

б) $(x^2 - 6)(x^2 + 1) \geq x(x^2 + 1)$

д) $x^4 \leq (x - 20)^2$

в) $x^4 + 2x^3 + x^2 < 8x + 20$

е) $(x^2 + 2x - \frac{11}{2})^2 > \frac{25}{4}$

4. Решить неравенство:

а) $(x - 3)^2(7 - x) \leq 0$

г) $(x^2 - 7x)^2 > (x - 16)^2$

б) $(x^2 + 6x + 9)(x + 1) \geq 0$

д) $x(x + 3)^4 \leq 3(x + 3)^4$

в) $x^4 - 2x^3 + 4x^2 \geq 6x - 3$

е) $x^3 + 25x \leq 10x^2$

5. Решить неравенство, используя метод замены неизвестного:

а) $(x - 3)^2 < \sqrt{6}(x - 3)$

г) $(x + 4)^4 - 2(x + 4)^2 > 8$

б) $(x + 1)^3 \geq 36(x + 1)$

д) $(x^2 + x)(x^2 + x - 8) \leq -12$

в) $(x - 2)^2 + 3(x - 2) > 4$

е) $(x^2 - 4)(x - 3)(x - 7) < -36$

6. Решить неравенство, используя логические приёмы:

а) $\frac{x^2 - 7x + 6}{x^2 + 1} > 0$

в) $\frac{(x^3 + 5x)\sqrt{x}}{x + \frac{1}{x}} \leq 0$

б) $\frac{4\sqrt{3} - 7}{7 + 3x - 10x^2} > 0$

г) $\frac{x^2 + 10x + 26}{x^2 + 10x + 21} \leq 0$

1.6. Неравенства с модулем**1. Решить неравенство:**

а) $|x - 3| \leq 7$

г) $|x^2 - 7| \leq 9$

б) $|4x + 3| > 5$

д) $|x^2 + 4x| \geq 4$

в) $|2x - 3| < -2$

е) $|x^2 - 6x + 8| > 3$

2. Решить неравенство:

а) $|x + 6| \leq |2x - 3|$

г) $|2x - 2| < 5 - x$

б) $|5 - x| > |3x + 1|$

д) $|x + 1| \geq 3x + 7$

в) $|2x - 1| \geq |x^2 - 4|$

е) $|x^2 - 4x + 3| \leq x - 1$

3. Решить неравенство:

а) $x^2 - 5|x| + 4 > 0$

г) $x|x| + 5|x| > 3x + 15$

б) $(x + 1)^2 + 6|x + 1| \geq 7$

д) $|2x - 3|x^2 \leq 9|2x - 3|$

в) $|x|^3 + 2|x| < 3$

е) $|x^2 + 2x| + |x + 2| > |3x| + 3$

4. Решить неравенство, используя метод интервалов:

а) $|x + 1| + |x + 2| > 3$

г) $|x - 1| + 2|x| \leq 4 - 2x$

б) $|10 - 3x| - |x - 3| > 1$

д) $|3x + 1| + |3 - 2x| > 6 - x$

в) $|3 - 2x| - |2x - 6| \geq 3$

е) $|x + 1| - 3|x| < 2x - 1$

5. Докажите неравенство треугольника и остальные неравенства:

а) $|a + b| \leq |a| + |b|$

б) $|a| - |b| \leq |a + b|$

в) $|a| + |3 - a| \geq 3$

г) $|a + b| + |b + c| \leq |a| + 2|b| + |c|$

д) $(|x + y| - |x| - |y|)(|x + z| - |x| - |z|) \geq 0$

1.7. Дробно-рациональные неравенства

1. Решить неравенство:

а) $\frac{x-3}{x+2} \geq 0$

г) $\frac{x^2+7x}{25-x^2} \geq 0$

б) $\frac{(x-2)(-x+1)}{x(2x-8)} < 0$

д) $\frac{x^2-2x-3}{x^3-2x^2-9x+18} \leq 0$

в) $\frac{(x-5)^2(x+4)}{x-4} \leq 0$

е) $\frac{x^4-x^2-12}{x^4-16} \geq 0$

2. Решить неравенство:

а) $\frac{x}{x-4} + \frac{3}{x} \leq 0$

г) $\frac{4x^2-11x-21}{x^2-4x-5} < 3$

б) $\frac{5}{x-3} - \frac{3}{x+3} < 0$

д) $\frac{2x^2+x-16}{x^2+x} \geq 1$

в) $\frac{1}{x} - \frac{x}{x^2+6x} \geq 0$

е) $\frac{x^2-3x+4}{2x^2-4x+8} < \frac{1}{3}$

3. Решить неравенство:

а) $\frac{6}{x} - \frac{2x-1}{x+2} \geq 1$

г) $\left(\frac{1}{x} + x\right)^2 \leq \frac{25}{4}$

б) $\frac{2x}{2x-3} - \frac{3x}{2x+3} \geq \frac{15-32x^2}{4x^2-9}$

д) $\frac{2}{|x-3|+1} - \frac{1}{|x-3|+2} > 1$

в) $\frac{2-x}{x^2+3x} + \frac{6}{x^2-9} \geq \frac{1}{x-3}$

е) $\frac{2-(x-6)^{-1}}{5(x-6)^{-1}-1} \leq -\frac{1}{5}$

4. Решить неравенство с помощью почленного деления:

а) $\frac{x^2-16x+30}{x-2} - \frac{x^2-7x+3}{x-7} \leq 2x-14$

б) $\frac{3x^3-10x^2+10x-5}{3x^2-10x+3} \geq x + \frac{1}{x-3} + \frac{1}{3x-1}$

в) $\frac{x^3-3x^2+3x-3}{x^2-3x} \leq x + \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x}$

1.8. Системы неравенств

1. Решить систему линейных неравенств:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x - 5 < x + 3 \\ x + 5 > 0 \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} \frac{x+1}{2} \geq \frac{x+7}{3} \\ x + 5 > 0 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 7(x - 2) \leq -3x \\ 5 - 2x \geq 1 \end{cases}$$

$$\text{д) } \begin{cases} \frac{x-3}{3} - \frac{x+2}{5} \geq 2 \\ \sqrt{5}(-x - 7) \leq 20\sqrt{5} \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} \sqrt{3}(1 + 2x) < \sqrt{12} \\ -x + 1 \leq -9 \end{cases}$$

$$\text{е) } \begin{cases} 1 - \frac{2x-1}{3} > \frac{2-x}{4} \\ (4 - \sqrt{17})(2x - 1) < 0 \end{cases}$$

2. Решить систему неравенств:

$$\text{а) } \begin{cases} x^2 > 5x \\ 5x + 1 < 3x + 23 \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} x^3 \geq 9x \\ (8x - 24)(\sqrt{10} - 3) \leq 0 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x^2 \leq 16 \\ -7x + 3 < 3x + 13 \end{cases}$$

$$\text{д) } \begin{cases} x^2(-x^4 - 1) > 36(-x^4 - 1) \\ (x - 1)^2 < \sqrt{37}(x - 1) \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x^2 + 3x > 4 \\ -\sqrt{7}(3x - 2) \geq -\sqrt{7}(x + 5) \end{cases}$$

$$\text{е) } \begin{cases} |2x + 2| \geq |x + 4| \\ |2x| \leq 6 \end{cases}$$

3. Решить систему неравенств:

$$\text{а) } \begin{cases} \frac{3x - 12}{x - 5} > 0 \\ x^2 - 7x < 0 \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} \frac{3x^2 - x - 4}{x^2 + 1} > 2 \\ x^3 - 3x^2 < 16x - 48 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \frac{2\sqrt{2} - 3}{x^2 - 6x + 5} > 0 \\ x^2 > 9 \end{cases}$$

$$\text{д) } \begin{cases} \frac{3x^2 + x + 5}{x^2 - 1} \leq 3 \\ x^4 - 10x^2 + 9 < 0 \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} \frac{x^2 - x - 1}{x^2 + 1} > \frac{2 + x}{x^2 + 1} \\ x^2 + 2 > 0 \end{cases}$$

$$\text{е) } \begin{cases} |x + 2| \geq 3 + \frac{1}{5 - |x + 2|} \\ x^2 - 4x < 0 \end{cases}$$

4. Решить систему из трёх неравенств:

$$\text{а) } \begin{cases} 5x - 2 > 6 \\ x^2 \geq 4 \\ 3(x - 2) < x \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \frac{2x - 7}{x + 4} < 2 \\ x^2 - 2x \leq 8 \\ 5x - 2 < 4x + 1 \end{cases}$$

ГЛАВА 2. НЕРАВЕНСТВА 10-11 КЛАСС

2.1. Иррациональные неравенства

1. Сравнить числа:

а) $\sqrt{13} \vee \sqrt{11}$

г) $\sqrt[3]{15} \vee \sqrt[3]{19}$

б) $3\sqrt{7} \vee 5\sqrt{3}$

д) $\sqrt[3]{19} \vee \sqrt{7}$

в) $\sqrt{5\sqrt{2}} \vee \sqrt{7}$

е) $\sqrt[4]{10} \vee \sqrt{2\sqrt{2}}$

2. Сравнить выражения:

а) $\sqrt{5} + 1 \vee \sqrt{10}$

г) $\sqrt[3]{1 - \sqrt{3}} \vee \sqrt[3]{\sqrt{2} - 2}$

б) $\sqrt{17} + \sqrt{15} \vee 8$

д) $\sqrt[3]{10} - 1 \vee \sqrt{2}$

в) $\sqrt{10} + \sqrt{5} \vee \sqrt{30}$

е) $\sqrt[4]{11 + \sqrt{20}} \vee \sqrt{1 + \sqrt{10}}$

3. Сравнить выражения:

а) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{8} \vee \sqrt{6} \cdot \sqrt{7}$

г) $(\sqrt[3]{5})^2 \vee (\sqrt{2})^3$

б) $\sqrt{3} + \sqrt{8} \vee \sqrt{5} + 2\sqrt{2}$

д) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{3} \vee \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt{2}$

в) $1 - \sqrt{12} \vee 1 - 3\sqrt{2}$

е) $\sqrt{\sqrt[3]{7}} \vee \sqrt{\sqrt{6}}$

4. Сравнить выражения:

а) $\frac{1}{\sqrt{3}} \vee \frac{\sqrt{3}}{3}$

г) $\frac{1}{\sqrt{3} + 1} \vee \frac{\sqrt{3}}{2}$

б) $\frac{2}{\sqrt{5}} \vee \frac{\sqrt{2}}{2}$

д) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} - 2} \vee \frac{1}{\sqrt{10} - 3}$

в) $\frac{1}{2\sqrt{7}} \vee \frac{\sqrt{7}}{15}$

е) $\frac{2}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} \vee \sqrt{15}$

5. Расположить числа на координатной прямой:

а) $\sqrt{5}$; $\sqrt[3]{5}$; $1 - \sqrt{5}$; $1 - \sqrt[3]{5}$

б) $\frac{1}{\sqrt{3}}$; $\frac{1}{\sqrt{2}}$; $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; $-\frac{\sqrt{2}}{3}$

6. Решить неравенство:

а) $\sqrt{2x+3} > 5$

г) $\sqrt{x+1} < 4$

б) $\sqrt{5-x} > 2$

д) $\sqrt{10+2x} \leq 2$

в) $\sqrt[3]{x-7} \geq -3$

е) $\sqrt{-5-7x} < 3$

7. Решить неравенство:

а) $\sqrt{x-1} > 3-x$

г) $2\sqrt{4-x} < 4-x$

б) $\sqrt{x+1} \geq 2x-4$

д) $\sqrt{9x+9} \leq x+3$

в) $\sqrt{5-x} \geq 3x-1$

е) $\sqrt{3x} \leq 2x-3$

8. Решить неравенство:

а) $\sqrt{3+2x-x^2} < x+1$

г) $\sqrt{x^2-x-2} > \sqrt{6+5x-x^2}$

б) $\sqrt{6x-5-x^2} \geq 2x-4$

д) $\sqrt{x^2-2x} > \sqrt{4x+7}$

в) $\sqrt{5+4x-x^2} \leq 5-x$

е) $\sqrt{2x+13} > \sqrt{x^2-2x-8}$

9. Решить неравенство:

а) $\sqrt{x^2-4} + x^2 - 4 > 2$

г) $(x^2-x-2)\sqrt{1-2x} \geq 0$

б) $\sqrt[3]{x^2+2x+1} - \sqrt[3]{x+1} < 6$

д) $(x^2-7x+10)\sqrt{2x-5} < 0$

в) $\sqrt{x+2} + \sqrt[4]{x+2} < 12$

е) $(x-4)\sqrt{x^2-10x+21} < 0$

10. Решить неравенство:

а) $\sqrt{x-2} + \sqrt{3-x} \leq 3$

г) $\sqrt{x} + \sqrt{x-5} \geq \sqrt{x-10}$

б) $\sqrt{1-x} + \sqrt{9-4x} > 4$

д) $\sqrt{x+4} < \sqrt{2-x} + \sqrt{2x+1}$

в) $\sqrt{x-8} - \sqrt{x-4} \geq 2$

е) $\sqrt{3-6x} + \sqrt{1-3x} \geq \sqrt{3x+4}$

11. Решить неравенство:

а) $\frac{\sqrt{2x^2-5x+2}}{2x^2+6x} \geq 0$

б) $\frac{\sqrt{x^2-5x+4}}{5x-x^2} \geq 0$

$$в) \frac{\sqrt{8-2x-x^2}}{2x+9} \geq \frac{\sqrt{8-2x-x^2}}{x+10}$$

$$г) \frac{\sqrt{6+x-x^2}}{2x+5} \geq \frac{\sqrt{6+x-x^2}}{x+4}$$

$$д) \frac{\sqrt{x^2-4x-5}}{x-5} \leq 2$$

$$е) \frac{\sqrt{x^2-3x-4}}{x+1} > 3$$

12. Решить неравенство:

$$а) \sqrt{1-x} + \frac{1}{\sqrt{1-x}} \geq 2$$

$$б) \sqrt{9-x} + 3 \geq \frac{10}{\sqrt{9-x}}$$

$$в) \frac{4x}{1+x^2} - \sqrt{\frac{2x}{1+x^2}} \leq 1$$

$$г) \frac{4-3x}{2x-1} - 11\sqrt{\frac{3x-4}{2x-1}} > 24$$

$$д) \frac{1}{6x^2-5x} > \frac{1}{\sqrt{6x^2-5x+1}-1}$$

$$е) \frac{1}{8x^2+6x} \geq \frac{1}{\sqrt{8x^2+6x+1}-1}$$

13. Решить систему неравенств:

$$а) \begin{cases} \sqrt{x+3} < 5 \\ \sqrt{x+10} < 4 \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} \sqrt{7-x} \leq 2 \\ \sqrt{16-x} \leq 3 \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} (x^2-9)\sqrt{x+2} < 0 \\ x + \sqrt{x} < 20 \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} (x^2-5x)\sqrt{x-3} \leq 0 \\ \sqrt{3x-4} \leq x \end{cases}$$

$$д) \begin{cases} \frac{x\sqrt{2}}{x-5} - \frac{x\sqrt{2}}{x+5} < 0 \\ \frac{\sqrt{2x}}{\sqrt{2x}-2} + \frac{1}{\sqrt{2x}} > 0 \end{cases}$$

$$е) \begin{cases} \frac{x^2 - (\sqrt{17} - \sqrt{8})x - \sqrt{136}}{\sqrt{8} - \sqrt{17}} > 0 \\ \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} > -\frac{3}{2} \end{cases}$$

14. Докажите неравенства:

$$а) \sqrt{a} + \sqrt{b} \geq \sqrt{a+b}$$

$$г) \frac{\sqrt{x^3} + \sqrt{y^3}}{x - \sqrt{xy} + y} \geq \sqrt{x+y}$$

$$б) \sqrt{5x+y} + \sqrt{4x-10y} \geq 3\sqrt{x-y}$$

$$д) \frac{\sqrt{a+b} + \sqrt{a-b}}{\sqrt{a}} \geq \sqrt{2}$$

$$в) a + b + 2\sqrt{ab} \geq \sqrt{a^2+ab} + \sqrt{b^2+ab}$$

$$е) \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} \geq \frac{\sqrt{x^2+xy}}{x-y}$$

2.2. Логарифмические неравенства

1. Сравнить числа:

а) $\log_5 7 \vee \log_5 8$

г) $\log_{\frac{1}{4}} 7 \vee \log_{\frac{1}{4}} 8$

б) $\log_3 \frac{2}{5} \vee \log_3 \frac{1}{4}$

д) $\log_{\frac{1}{6}} \frac{2}{9} \vee \log_{\frac{1}{6}} \frac{1}{5}$

в) $\log_2 \sqrt{5} \vee \log_2 \sqrt[3]{5}$

е) $\log_{\frac{1}{7}} \sqrt{11} \vee \log_{\frac{1}{7}} 3,1$

2. Сравнить числа:

а) $\log_2 7 \vee 3$

г) $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{80} \vee \sqrt{10}$

б) $\log_3 2 \vee \frac{3}{4}$

д) $\log_{\sqrt{2}} 17 \vee \sqrt{63}$

в) $\log_{0,2} 100 \vee -3$

е) $\log_{\sqrt{5}} \frac{1}{25} \vee -\frac{17}{4}$

3. Сравнить числа:

а) $\log_4 6 \vee \log_5 12$

в) $\log_3 7 \vee \log_4 8$

б) $\log_2 12 \vee \log_3 30$

г) $\log_{\sqrt{2}} 5 \vee \log_{\sqrt{3}} 6$

4. Сравнить числа:

а) $\log_{2,1} 3,4 \vee \log_{0,9} 1,6$

в) $\log_{\sqrt{2}}(\sqrt{2} - 1) \vee \log_{\sqrt{5}}(\sqrt{5} - 1)$

б) $\log_{0,7} 0,3 \vee \log_{1,2} 0,5$

г) $\log_{\sqrt{3}-1} \sqrt{3} \vee \log_{\sqrt{7}-2}(\sqrt{3} - 1)$

5. Расположить числа на координатной прямой:

а) $\log_2 6$; $\log_2 \sqrt{35}$; $\log_2 \frac{43}{7}$

б) $\log_3 4$; $\log_{0,3} 5$; $\log_{0,03} 6$

в) $\log_3 8$; $\log_2 3$; $\log_5 10$

6. Известно, что $a > b > 0$, установить истинность:

а) $\log_2 a > \log_2 b$

в) $\log_{a+1}(b + 1) < 1$

б) $\log_{0,5} a > \log_{0,5} b$

г) $\log_{a+1} \pi > \log_{b+1} \pi$

7. Решить элементарное логарифмическое неравенство:

- а) $\log_2(x + 1) > 3$ г) $\log_{\frac{1}{4}}(x - 5) \geq -2$
 б) $\log_3(2x - 1) < 4$ д) $\log_{0,5}(4x - 1) \leq 3$
 в) $\log_5(11 - x) \geq -1$ е) $\log_{\frac{1}{2}}(50 - x) < -5$

8. Решить неравенство:

- а) $\log_2 8x > \log_2(30 - 2x)$ г) $\log_{0,3}(x + 2)^2 \leq \log_{0,3}(x + 2)$
 б) $\log_4(x - 9) \geq \log_4(3x + 1)$ д) $2\log_{0,9} x \leq \log_{0,9}(5x - 6)$
 в) $\log_3(17 - x) \leq \log_3(x + 3)$ е) $3\log_{\frac{1}{7}}(60 - x) > 2\log_7 \frac{1}{8}$

9. Решить неравенство:

- а) $\lg x + \lg(x + 1) \geq \lg 12$ б) $\log_2 \left(\frac{x+2}{x-2} \right) \geq 3 + \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{x+2} \right)$
 в) $3\log_5 x \geq 2 + \log_{\sqrt{5}} x$ г) $\log_3(x^2 - x - 2) \geq 1 + \log_3 \left(\frac{x+1}{x-2} \right)$
 д) $\log_2(x + 3) - \log_{\sqrt{2}} \sqrt{x} > 3$ е) $2 + \log_3 x < 2\log_9(4x + 20)$
 ж) $\log_7 \left(2 + \frac{2}{x} \right) - \log_7(x + 3) \leq \log_7 \frac{x+6}{x^2}$
 з) $\log_2(4x^2 - 1) - \log_2 x \leq \log_2 \left(5x + \frac{9}{x} - 11 \right)$

10. Решить неравенство:

- а) $\log_3(x + 2) \cdot \log_2(5 - x) \leq 0$ в) $\log_3(\log_2 x - 1) \leq 1$
 б) $\log_{\frac{1}{5}}(6 - x) \cdot \log_4(3x + 10) \geq 0$ г) $\log_2(\log_{\frac{1}{9}} x + \frac{3}{4}) \leq -2$

11. Решить неравенство с помощью замены неизвестного:

- а) $\log_3^2 x + \log_3 x > 6$ д) $\log_2^2(x - 1) - \log_{\frac{1}{4}}(x - 1) \leq 8$
 б) $\log_2^2 x + 3 \leq \log_2 x^4$ е) $\log_4^2(x - 3) - \log_4(x^2 - 6x + 9) \leq 3$
 в) $\log_7^2 x - \log_7 x^2 > 0$ ж) $\log_5^3 x - 3\log_5^2 x \geq \log_5 x^4 - 12$
 г) $\log_{0,5}^3 x - 3\log_{0,5} x^3 > 0$ з) $\log_3^2(25 - x^2) + 2 \geq 3\log_3(25 - x^2)$

12. Решить неравенство с помощью замены неизвестного:

$$a) \frac{\log_3 x^5}{\log_3 \frac{x}{27}} + \frac{\log_3 x + 6}{\log_3^2 x - \log_3 x^5 + 6} \leq -3$$

$$б) \frac{\log_2 x^2}{\log_2 \frac{x}{8}} + \frac{\log_2 \frac{x}{32}}{1 + \log_2 x} \leq \frac{2\log_2^2 x - 5\log_2 x + 3}{\log_2^2 x - \log_2 x^2 - 3}$$

$$в) \frac{\log_4 64x}{\log_4 x - 3} + \frac{\log_4 x - 3}{\log_4 64x} \geq \frac{\log_4 x^4 + 16}{\log_4^2 x - 9}$$

$$г) \frac{10}{\log_2 x - 5} + \frac{16}{\log_2^2 x - \log_2 32x^{10} + 30} \leq -1$$

$$д) \frac{\log_3 x}{\log_3 \frac{x}{27}} \geq \frac{2}{\log_3 x} + \frac{5}{\log_3^2 x - \log_3 x^3}$$

$$е) \frac{\log_2^2 x - \log_3 x^3 - 19}{\log_2 \frac{x}{64}} + \frac{9\log_2^2 x - 9\log_3 x^9 + 2}{\log_2 x - 9} \leq 2\log_2 x^5 + 3$$

13. Решить неравенство с переменным основанием:

$$a) \log_{\frac{x}{3}}(x^2 + 4) > \log_{\frac{x}{3}}(5x)$$

$$б) \log_{2x-1}(2x^2 + 7) > \log_{2x-1}(x^2 + 11)$$

$$в) \log_{\frac{3x-1}{x+2}}(2x^2 + x - 1) \geq \log_{\frac{3x-1}{x+2}}(11x - 6 - 3x^2)$$

$$г) \log_{3-\frac{7}{x}}(2x^2 - 7x + 5) \geq \log_{3-\frac{7}{x}}(23x - 40 - 3x^2)$$

$$д) \log_{x-1}(x^2 - 12x + 36) \leq 0$$

$$е) \log_{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}(10 - x) \leq 0$$

$$ж) \log_{2-x}(x + 2) \cdot \log_{x+3}(3 - x) \leq 0$$

$$з) \log_{5-x}(2x + 3) \cdot \log_{6x+1}(1 - x) > 0$$

14. Решить систему неравенств:

$$a) \begin{cases} \log_3^2 x - 3\log_3 x + 2 > 0 \\ \log_3^2 x - \log_3 x^5 + 4 \leq 0 \end{cases} \quad б) \begin{cases} \log_2(x^4 + x^2 + 4) \leq 4 \\ \log_5 x^2 > 2\log_{25} x \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} (\lg x - 2)(\log_{0,5} 4x + 4) \leq 0 \\ (\log_3 2 - \log_4 3) \log_3 \frac{x}{101} > 0 \end{cases} \quad г) \begin{cases} \log_{\frac{1}{3}}(|3x - 6| - 2) \geq \log_3 \frac{1}{x} \\ |\lg x - 1| < 1 \end{cases}$$

7. Решить элементарное показательное неравенство:

$$а) 2^{x-1} > 16$$

$$г) \left(\frac{1}{3}\right)^{x+2} \leq \frac{1}{27}$$

$$б) 4^{5-x} > 2$$

$$д) \left(\frac{1}{8}\right)^{1-2x} \leq \frac{1}{2}$$

$$в) 5^{x^2-3,5} \leq \sqrt{5}$$

$$е) \left(\frac{1}{2}\right)^{3-x} > \left(\frac{1}{4}\right)^{x+1}$$

8. Решить однородное показательное неравенство:

$$а) 3^{2x+5} > 32 \cdot 4^x$$

$$г) 4^x \leq 3 \cdot 2^x$$

$$б) 5^{7-x} \leq \frac{81}{3^{x-3}}$$

$$д) 3^x \cdot 5^{x+1} > 10$$

$$в) 9 \cdot 16^{x-1} > 4 \cdot 3^{2x-1}$$

$$е) 2^{-x} \cdot 7^{x+1} \leq \frac{1}{21}$$

9. Решить показательное неравенство:

$$а) (3^{2x} - 1)(2^x - 4) > 0$$

$$д) 6^x - 3^x \leq 9 \cdot 2^x - 9$$

$$б) (3^x - 2)(5^{3x} - 5) \leq 0$$

$$е) 15^x < 3^{x+1} + 9 \cdot 5^x - 27$$

$$в) (7^x - \sqrt{7})(2^x + 1) > 0$$

$$ж) 12^{x^2-1} - 4 \cdot 3^{x^2-1} < 2^{2x^2-2} - 4$$

$$г) (3^{25} - 2^{50})(6^x - 3) > 0$$

$$з) 21^{2-x} - 2 \cdot 7^{2-x} \leq 7 \cdot 3^{2-x} - 14$$

10. Решить неравенство методом замены неизвестного:

$$а) 9^x - 10 \cdot 3^x + 9 > 0$$

$$г) 64^x - 2 \cdot 4^{2x+1} \leq 4^{x+1} - 32$$

$$б) (0,5)^{2x-1} - 3 \cdot (0,5)^x + 1 \leq 0$$

$$д) 7^{-3x} + 2 \cdot 7^{-x} > 3$$

$$в) 25^{x+1} - 9 \cdot 5^{x+1} + 20 < 0$$

$$е) 16^x + 2 \cdot 8^x - 2^{x+1} \leq 4$$

11. Решить неравенство методом замены неизвестного:

$$а) \frac{2-3^x}{3^x-4} \leq 3^{x-1}$$

$$б) \frac{7^x-29}{7^{x-1}+1} \leq -14$$

$$в) \frac{2 \cdot 49^x + 2}{7^{4x} - 7} > \frac{9 \cdot 7^{2x} + 1}{49^{2x} - 7}$$

$$г) \frac{16^x - 4^{x+1}}{2^{4x} - 2} > \frac{5 \cdot 4^x - 8}{4^{2x} - 2}$$

$$д) \frac{1}{(3^x-9)^2} - \frac{10}{3^x-9} + 9 > 0$$

$$е) \frac{1}{(2^x-7)^2} - \frac{3}{2^x-7} + 2 > 0$$

$$\text{ж)} \frac{5^x}{5^x - 4} + \frac{5^x + 5}{5^x - 5} \leq \frac{-22}{25^x - 9 \cdot 5^x + 20} \quad \text{з)} \frac{4^x - 2^{x+3} + 7}{4^x - 5 \cdot 2^x + 4} \leq \frac{2^x - 9}{2^x - 4} + \frac{1}{2^x - 6}$$

12. Решить однородное показательное неравенство:

$$\text{а)} 9 \cdot 4^x - 13 \cdot 6^x + 4 \cdot 9^x \geq 0 \quad \text{в)} 49^{1+x} + 40 \cdot 21^x \leq 9^{1+x}$$

$$\text{б)} 10 \cdot 4^x - 29 \cdot 10^x + 10 \cdot 25^x < 0 \quad \text{г)} 3^{1+4x} + 10 \cdot 36^x > 8 \cdot 16^x$$

13. Решить систему неравенств:

$$\text{а)} \begin{cases} 3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1 \geq 0 \\ 4^{x+1} - 9 \cdot 2^x + 2 < 0 \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} 25^x - 7 \cdot 5^x + 10 \geq 0 \\ 15^x - 27 \cdot 5^x \leq 2 \cdot 3^x - 54 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} (5^{\sqrt{2}} - 7)(7^{\sqrt{x}} - 49) \leq 0 \\ (4^{30} - 3^{40})(4^x - 3) < 0 \end{cases} \quad \text{г)} \begin{cases} |9^x - 54| \geq 27 \\ 4^{|x|} \leq 8 \cdot 2^{|x|} \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 3 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^x - 4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x + 1 > 0 \\ 2^{x^2 - 3x} \leq 16 \end{cases} \quad \text{е)} \begin{cases} 5^{x^2 - x - 1} \leq 25 \cdot 5^x \\ \frac{3 \cdot 2^x - 5}{2^{x-2}} > 2 \end{cases}$$

14. Решить показательное неравенство с переменным основанием:

$$\text{а)} (2x + 1)^{3x+1} \leq (2x + 1)^{x+5} \quad \text{б)} (5 - x^2)^{2x-1} > (5 - x^2)^x$$

$$\text{в)} (x + 2)^x \geq x^3 + 6x^2 + 12x + 8 \quad \text{г)} (x - 3)^x < x^2 - 6x + 9$$

$$\text{д)} (x^2 - 2x - 2)^{x-1} \leq 1 \quad \text{е)} (x - 2)^{x^2 - x - 6} > 1$$

$$\text{ж)} (x^2 + x + 2)^{2x+1} \leq (x^2 + x + 2)^{4x-1}$$

$$\text{з)} (7^{-x} + 1)^{49^{x+2}} < (7^{-x} + 1)^{3 \cdot 7^x}$$

15. Решить неравенство графическим способом:

$$\text{а)} 2^x \geq 6 - x \quad \text{г)} 2^{x+1} \geq \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}$$

$$\text{б)} 2^x + x^2 > 2x + 1 \quad \text{д)} 2^{x-3} \geq \frac{8}{x}$$

$$\text{в)} (0,5)^{x-3} < 8 - \frac{7}{3}x \quad \text{е)} |3^x - 1| \leq 2^{x-1} + 1$$

2.4. Тригонометрические неравенства

1. Сравнить с помощью тригонометрической окружности:

а) $\sin \frac{\pi}{5} \vee \sin \frac{\pi}{8}$

г) $\sin 170^\circ \vee \sin 40^\circ$

б) $\cos \frac{3\pi}{7} \vee \cos \frac{2\pi}{9}$

д) $\cos 195^\circ \vee \cos 125^\circ$

в) $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{12} \vee \operatorname{tg} \frac{2\pi}{5}$

е) $\operatorname{tg} 100^\circ \vee \operatorname{tg} 160^\circ$

2. Сравнить с помощью тригонометрической окружности:

а) $\sin 75^\circ \vee \cos 65^\circ$

г) $\cos 10^\circ \vee \sin 85^\circ$

б) $\cos 200^\circ \vee \operatorname{tg} 80^\circ$

д) $\operatorname{tg} 50^\circ \vee \cos 5^\circ$

в) $\operatorname{tg} 100^\circ \vee \sin 200^\circ$

е) $\sin 175^\circ \vee \operatorname{tg} 310^\circ$

3. Докажите, что:

а) $2\sin 13^\circ > \sin 26^\circ$

г) $\cos 99^\circ \cdot \sin 19^\circ < \operatorname{tg} 11^\circ$

б) $\sin 10^\circ < \operatorname{tg} 10^\circ$

д) $1 + \operatorname{tg}^2 5^\circ < \frac{1}{\cos^2 6^\circ}$

в) $\cos^2 35^\circ > \cos 70^\circ$

е) $\sin 21^\circ < 3 \cos^2 7^\circ \cdot \sin 7^\circ$

4. Докажите, что:

а) $\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 70^\circ < \frac{1}{4}$

б) $\operatorname{tg} 40^\circ + \operatorname{tg} 50^\circ > 2$

в) $\sin^6 x + \cos^6 x \geq \frac{1}{4}$

5. Расположить числа в порядке возрастания:

а) $\operatorname{tg} 46^\circ$; $\sin 89^\circ$; 1

б) $\sin 20^\circ$; $\cos 20^\circ$; $\operatorname{tg} 20^\circ$

в) $\sin 40^\circ$; $2\sin 20^\circ$; 0,5

6. Решить элементарное тригонометрическое неравенство:

а) $2\sin x > 1$

д) $2\sin \frac{x}{2} + \sqrt{3} < 0$

б) $\cos 3x \leq 0$

е) $2\cos \left(x - \frac{\pi}{8}\right) \geq \sqrt{2}$

в) $\operatorname{tg} \left(x + \frac{\pi}{3}\right) > \sqrt{3}$

ж) $\operatorname{tg} 2x + 1 < 0$

г) $\sqrt{5}\operatorname{ctg} 5x \leq 0$

з) $3\operatorname{ctg} x \geq \sqrt{3}$

7. Решить неравенство:

а) $\sin x \cdot \cos x \leq \frac{1}{4}$

г) $(2\sin x - \sqrt{2})(\sin \frac{\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{10}) < 0$

б) $\sin^2 x - \cos^2 x > \frac{1}{2}$

д) $(\cos 2x + 1)(\cos^2 x + 1) \geq 0$

в) $\operatorname{ctg}^2 \left(\frac{\pi}{2} - x\right) \leq 3$

е) $\left(3\operatorname{tg} \frac{x}{2} - \sqrt{3}\right) \left(\operatorname{ctg} \frac{\pi}{7} + \operatorname{ctg} \frac{4\pi}{7}\right) < 0$

8. Решить неравенство с помощью замены неизвестного:

а) $2\cos^2 x - 3\cos x + 1 \leq 0$

г) $(\sin x + \cos x)^2 < \sin^2 2x - 1$

б) $4\cos^3 x > \cos x$

д) $\operatorname{tg}^2 x - (1 + \sqrt{3})\operatorname{tg} x + \sqrt{3} \leq 0$

в) $2\sin^2 x - \sin x < 0$

е) $\sqrt{3}\operatorname{ctg}^2 x - 4\operatorname{ctg} x + \sqrt{3} \geq 0$

9. Решить систему неравенств:

а) $\begin{cases} 2\sin(\pi + x) \geq \sqrt{3} \\ \cos x \geq 0 \end{cases}$

г) $\begin{cases} \sin 2x \cos^2 2x + \sin^3 2x \leq 0 \\ \operatorname{ctg} x + 1 \leq 0 \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2\cos \left(\frac{\pi}{2} - x\right) - 1 < 0 \\ 2\cos x - \sqrt{2} > 0 \end{cases}$

д) $\begin{cases} \sin 2x + 2 < \sin x + 4\cos x \\ \operatorname{tg} x - 1 < 0 \end{cases}$

в) $\begin{cases} \operatorname{ctg} \left(\frac{3\pi}{2} - x\right) \geq 1 \\ 3\sin x \geq 1 \end{cases}$

е) $\begin{cases} \sin^2 x + 3\sin x > 0 \\ \operatorname{tg}^2 x \leq 1 \end{cases}$

2.5. Комбинированные неравенства

1. Сравнить числа:

а) $\sqrt[3]{32} \vee 2^{1,67}$ г) $\operatorname{tg} 316^\circ \vee \log_{316} \frac{1}{317}$

б) $\sin 89^\circ \vee \sqrt[89]{2}$ д) $(\sqrt{10})^{-15} \vee \frac{1}{\pi^{15}}$

в) $\log_3 100 \vee 3^{1,5}$ е) $e^{0,5} \vee \sqrt[3]{\pi}$

2. Сравнить выражения:

а) $3^{\sin 31^\circ} \vee \operatorname{tg}(3^{0,0031})$ г) $1 - \sqrt{\lg 101} \vee \log_{\sin 3} \frac{1}{\pi}$

б) $\operatorname{tg}(\log_5 0,2) \vee \log_{0,7}(\operatorname{tg} \frac{\pi}{5})$ д) $(\operatorname{tg} 46^\circ)^{30} \vee (\lg 9)^{40}$

в) $\log_3(\sqrt{5} + 1) \vee \cos(\sqrt{5} + \pi)$ е) $5^{\sqrt{3}-1} \vee \sqrt{3} - 1$

3. Решить неравенство:

а) $\sqrt{5 \cdot 2^{x+1} - 4^x} \leq 4$ б) $\sqrt{15 \log_2 x^3 - \log_2^2 x^3} \leq 6$

в) $4^{\cos x} + 2 < 3 \cdot 2^{\cos x}$ г) $9^{\log_2 x} + 27 < 4 \cdot 3^{\log_2 2x}$

д) $\log_{\sqrt{3}}^4 \operatorname{tg} x + \log_{\sqrt{3}}^2 \operatorname{tg} x < 2$ е) $\log_2^2(5^x - 1) + 10 < 7 \log_2(5^x - 1)$

4. Решить неравенство:

а) $\log_2(7 - x) \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 0$ б) $\frac{3^{x+1} - 1}{3 - \sqrt{x+2}} \leq 0$

в) $(\sqrt{3^{x-2}} - 1) \sqrt{3^x - 10\sqrt{3^x} + 9} \geq 0$ г) $\frac{35^{|x|} - 5^{|x|} - 5 \cdot 7^{|x|} + 5}{2^{\sqrt{x+2}+1}} \leq 0$

д) $(1 + \cos^2 x - \cos 2x)(8^x - 2^x - 6) > 0$ е) $\frac{\log_2 8x \cdot \log_3 27x}{x^2 - |x|} \leq 0$

5. Решить систему неравенств:

а) $\begin{cases} \frac{x}{x-2} + \frac{3}{x+2} \geq 0 \\ \log_{2x+1}(6-x) < 0 \end{cases}$ б) $\begin{cases} 7^x \cdot \log_7 x - 7^x \geq \log_7 x - 1 \\ x^2 - 5|x| - 24 \leq 0 \end{cases}$

б) $\begin{cases} \frac{3x^2 + 6x - 17}{x^2 + x - 6} \geq 2 \\ 3^x + 10 \cdot 3^{-x} \leq 11 \end{cases}$ г) $\begin{cases} 3\sqrt{x} \operatorname{tg} x + 3 \operatorname{tg} x < \sqrt{3x} + \sqrt{3} \\ (x+1)^3 < 4x + 4 \end{cases}$

Ответы к заданиям

1.1. Сравнение чисел

1. а) < б) > в) < г) <
2. а) < б) < в) < г) <
3. а) < б) < в) < г) >
4. а) < б) > в) > г) >
5. а) < б) < в) < г) >
6. а) 7,035; 7,15; 7,2; 7,4 б) -5,2; -5,19; -5; -4,9
 в) $\frac{2}{7}$; $\frac{5}{8}$; $1\frac{3}{5}$; $1\frac{7}{10}$ г) $-2\frac{1}{4}$; $-2\frac{1}{5}$; $-\frac{7}{8}$; $-\frac{3}{4}$

1.2. Свойства неравенств

1. а) и б) л в) и г) и д) и е) л
2. а) и б) и в) и г) л д) и е) л
3. а) и б) л в) и г) и д) л е) и
4. а) и б) и в) л г) и д) л е) и
5. а) нет б) да в) да г) да д) нет е) нет
6. а) да б) нет в) да г) нет

1.3. Доказательство неравенств

1. а) $x^2 + 4 > 0 \rightarrow x^2 > -4$, что очевидно.
 б) $(x + 1)x > x - 4 \rightarrow x^2 + x > x - 4 \rightarrow x^2 > -4$ — очевидно.
 в) $\forall x: [x^2 \geq 0; -x^2 - 9 < 0] \rightarrow (-x^2 - 9)x^2 \leq 0$ — очевидно.
 г) $x^2 - 4x + 5 > 0 \rightarrow (x - 2)^2 + 1 > 0 \rightarrow (x - 2)^2 > -1$ — очевидно.
 д) воспользоваться приёмами пунктов в) и г).
 е) $x^4 + 9x^2 \geq 6x^3 \rightarrow x^4 - 6x^3 + 9x^2 \geq 0 \rightarrow (x^2 - 3x)^2 \geq 0$ — очевидно.
2. а) привести к виду $(x + 8)^2 + (y - 10)^2 > -26$ — очевидно.
 б) привести к виду $(a - 1)^2 + (b - 1)^2 + (c - 1)^2 \geq 0$ — очевидно.
 в) привести к виду $(x^2 + 3)((y - 2)^2 + 1) > 0$ — очевидно.
 г) привести к виду $(a + 3)^2 + (a - b)^2 \geq 0$ — очевидно.
 д) привести к виду $(x - y + 1)^2 \geq 0$ — очевидно.
 е) привести к виду $(a - 2b - 2)^2 \geq 0$ — очевидно.
3. а) привести к виду $(x^2 - 1)^2 \geq 0$ — очевидно.
 б) привести к виду $(a - 1)^2 \geq 0$ — очевидно.
 в) привести к виду $x^2 > -1$ — очевидно.
 г) привести к виду $(x - y)^2 \geq 0$ — очевидно.
 д) привести к виду $(a - 2)^2((a + 1)^2 + 3) \geq 0$ — очевидно.
 е) привести к виду $(x - 3)^2 \geq 0$ — очевидно.
4. а) привести к виду $(a - b)^2 \geq 0$ — очевидно.
 б) $[x + 4 \geq 2\sqrt{4x}; y + 4 \geq 2\sqrt{4y}; x + y \geq 2\sqrt{xy}]$ умножить неравенства.

в) $\left[a + b \geq 2\sqrt{ab}; \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq 2\sqrt{\frac{1}{ab}} \right]$ умножить неравенства.

г) доказать, что знаки множителей разные.

д) доказать, что первый множитель не меньше 2, второй не меньше 3.

1.4. Линейные неравенства

1. а) $(4; +\infty)$ б) $(-\infty; 0,5)$ в) $[-6; +\infty)$ г) $[-7,5; +\infty)$ д) $(-\infty; -3)$ е) $[4,5; +\infty)$
 2. а) $(5; +\infty)$ б) $(-2; +\infty)$ в) $[5; +\infty)$ г) $(-\infty; -5)$ д) $(-\infty; 2]$ е) $(-11; +\infty)$
 3. а) $(-\infty; -8,5)$ б) $(-15; +\infty)$ в) $(-\infty; 0,5]$ г) $(-\infty; -3)$ д) \emptyset е) $(-\infty; +\infty)$
 4. а) $(0,5; +\infty)$ б) $(-\infty; -0,5]$ в) $(-\infty; -7,5)$ г) $(-\infty; 10]$ д) $[2,6; +\infty)$ е) $[6,5; +\infty)$
 5. а) $(1,5; +\infty)$ б) $[4; +\infty)$ в) $(-0,5; +\infty)$ г) $(-\infty; 0,4)$ д) $(-\infty; 3]$ е) $(-\frac{1}{7}; +\infty)$
 6. а) $(1; +\infty)$ б) $(5; +\infty)$

1.5. Рациональные неравенства

- | | | |
|---|---|---|
| 1. | 2. | 3. |
| а) $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$ | а) $(-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$ | а) $(-\sqrt{5}; \sqrt{5})$ |
| б) $(-\infty; \frac{1}{3}) \cup (4; +\infty)$ | б) $[-1; 0] \cup [3; +\infty)$ | б) $(-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$ |
| в) $[-0,5; 0] \cup [3; +\infty)$ | в) $[-3; 3] \cup [5; +\infty)$ | в) $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$ |
| г) $[-4; 4]$ | г) $(-0,5; 2)$ | г) $(-\infty; 0,1) \cup (0,25; +\infty)$ |
| д) $(0; 5)$ | д) $(-\infty; 2] \cup [-1; 2]$ | д) $[-5; 4]$ |
| е) $[1; 2]$ | е) $(-2; -1) \cup (1; 2)$ | е) $(-\infty; -4) \cup (-3; 1) \cup (2; +\infty)$ |
| 4. | 5. | 6. |
| а) $\{3\} \cup [7; +\infty)$ | а) $(3; 3 + \sqrt{6})$ | а) $(-\infty; 1) \cup (6; +\infty)$ |
| б) $\{-3\} \cup [-1; +\infty)$ | б) $[-7; -1] \cup [5; +\infty)$ | б) $(-\infty; -0,7) \cup (1; +\infty)$ |
| в) $(-\infty; +\infty)$ | в) $(-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$ | в) \emptyset |
| г) $(-\infty; -2) \cup (8; +\infty)$ | г) $(-\infty; -6) \cup (2; +\infty)$ | г) $(-7; -3)$ |
| д) $(-\infty; -3]$ | д) $[-3; -2] \cup [1; 2]$ | |
| е) $(-\infty; 0]$ | е) $(\frac{5-\sqrt{73}}{2}; 1) \cup (4; \frac{5+\sqrt{73}}{2})$ | |

1.6. Неравенства с модулем

- | | | |
|--|--|---|
| 1. | 2. | 3. |
| а) $[-4; 10]$ | а) $(-\infty; 1] \cup [9; +\infty)$ | а) $(-\infty; -4) \cup (-1; 1) \cup (4; +\infty)$ |
| б) $(-\infty; -2) \cup (0,5; +\infty)$ | б) $(-3; 1)$ | б) $(-\infty; -2] \cup [0; +\infty)$ |
| в) \emptyset | в) $[-1 - \sqrt{6}; -1] \cup [-1 + \sqrt{6}; 3]$ | в) $(-1; 1)$ |
| г) $(-4; 4)$ | г) $(-3; \frac{7}{3})$ | г) $(-5; -3) \cup (3; +\infty)$ |
| д) $(-\infty; -2 - \sqrt{8}) \cup$
$\{-2\} \cup [-2 + \sqrt{8}; +\infty)$ | д) $(-\infty; 2]$ | д) $[-3; 3]$ |
| е) $(-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$ | е) $\{-1\} \cup [2; 4]$ | е) $(-\infty; -5) \cup (1; +\infty)$ |

4.

- а) $(-\infty; -3) \cup (0; +\infty)$
- б) $(-\infty; 3) \cup (4; +\infty)$
- в) $[3; +\infty)$
- г) $[-3; 1]$
- д) $(1; +\infty)$
- е) $(0,5; +\infty)$

5.

а) пусть числа a, b – одного знака, тогда достигается равенство левой и правой части; если числа a, b – разного знака, тогда модуль их суммы окажется меньше, чем сумма их модулей.

- б) док-во строится, как в (а).
- в) док-во строится, как в (а).
- г) использовать свойство сложения неравенств
- д) оба множителя отрицательны, тогда их произведение положительно.

1.7. Дробно-рациональные неравенства

1.

- а) $(-\infty; -2) \cup [3; +\infty)$
- б) $(-\infty; 0) \cup (1; 2) \cup (4; +\infty)$
- в) $[-4; 4)$
- г) $[-7; -5) \cup [0; 5)$
- д) $(-\infty; -3) \cup [-1; 2)$
- е) $(-\infty; -2) \cup (-2; 2) \cup (2; +\infty)$

2.

- а) $[\frac{-3-\sqrt{57}}{2}; 0) \cup [\frac{-3+\sqrt{57}}{2}; 4)$
- б) $(-\infty; -12) \cup (-3; 3)$
- в) $(-6; 0) \cup (0; +\infty)$
- г) $(-3; -1) \cup (2; 5)$
- д) $(-\infty; -4] \cup (-1; 0) \cup [4; +\infty)$
- е) $(1; 4)$

3.

- а) $(-2; -\frac{4}{3}] \cup (0; 3]$
- б) $(-\infty; -1,5) \cup [-1; 0,5] \cup (1,5; +\infty)$
- в) $(-\infty; -3) \cup (0; 1]$
- г) $[-2; -0,5] \cup [0,5; 2]$
- д) $(4 - \sqrt{2}; 2 + \sqrt{2})$
- е) $(-\infty; 6) \cup (11; +\infty)$

4.

- а) $[-8; 2) \cup (7; +\infty)$
- б) $[\frac{1}{6}; \frac{1}{3}) \cup (3; +\infty)$
- в) $(-\infty; 0) \cup (0; 1] \cup (2; 3)$

1.8. Системы рациональных неравенств

1.

- а) $(-5; 4)$
- б) $(-\infty; 1,4)$
- в) \emptyset
- г) $[11; +\infty)$
- д) $[25,5; +\infty)$
- е) $(0,5; 2)$

2.

- а) $(-\infty; 0) \cup (5; 11)$
- б) $(-1; 4]$
- в) $(-\infty; -4) \cup (1; 3,5]$
- г) $[-3; 0] \cup \{3\}$
- д) $(1; 6)$
- е) $[-3; -2] \cup [2; 3]$

3.

- а) $(0; 4) \cup (5; 7)$
- б) $(3; 5)$
- в) $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$
- г) $(-\infty; -4) \cup (3; 4)$
- д) \emptyset
- е) $\{2\} \cup (3; 4)$

4.

- а) $[2; 3)$ б) $[-2; 3)$

2.1. Иррациональные неравенства

- 1. а) $>$ б) $<$ в) $>$ г) $<$ д) $>$ е) $>$
- 2. а) $>$ б) $<$ в) $<$ г) $<$ д) $<$ е) $<$

3. а) $< б) < в) > г) > д) < е) <$

4. а) $= б) > в) > г) < д) > е) >$

5. а) $1 - \sqrt{5}; 1 - \sqrt[3]{5}; \sqrt[3]{5}; \sqrt{5}$ б) $-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{3}; \frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{2}}$

6. а) $(11; +\infty)$ б) $(-\infty; 1)$ в) $[-20; +\infty)$ г) $[-1; 15)$ д) $[-5; -3]$ е) $(-2; -\frac{5}{7})$

7. а) $(2; +\infty)$ б) $[-1; 3]$ в) $(-\infty; 1)$ г) $(-\infty; 0)$ д) $[-1; 0] \cup [3; +\infty)$ е) $[3; +\infty)$

8. а) $(1; 3]$ б) $[1; 3]$ в) $[-1; 2] \cup \{5\}$ г) $(4; 6]$ д) $[-1,75; -1) \cup (7; +\infty)$ е) $(-3; -2] \cup [4; 7)$

9. а) $(-\infty; -\sqrt{8}) \cup (\sqrt{8}; +\infty)$ б) $(-9; 26)$ в) $[-2; 79)$ г) $(-\infty; -1]$ д) $[2,5; 5)$ е) $(-\infty; 3]$

10. а) $[2; 3]$ б) $(-\infty; 0)$ в) \emptyset г) $[10; +\infty)$ д) $(\frac{3-\sqrt{23}}{4}; \frac{3+\sqrt{23}}{4})$ е) $[-1; \frac{1}{6}]$

11. а) $(-\infty; -3) \cup (0; 0,5] \cup [2; +\infty)$ б) $(0; 1] \cup [4; 5)$ в) $[-4; 1]$ г) $[-2; -1]$ д) $(-\infty; -1] \cup [7; +\infty)$ е) \emptyset

12. а) $(-\infty; 1)$ б) $(-\infty; 5]$ в) $[0; +\infty)$ г) \emptyset д) $(0; \frac{1}{3}] \cup [\frac{1}{2}; \frac{5}{6})$ е) $(-0,75; -0,5] \cup [-0,25; 0)$

13. а) $[-3; 6)$ б) $\{7\}$ в) $[0; 3)$ г) $[3; 5]$ д) $(0; 0,5) \cup (2; 5)$ е) $[0; 1)$

14. а) получить очевидное неравенство $2\sqrt{ab} \geq 0$ б) доказать, опираясь на пункт (а) в) разложить на множители обе части неравенства г) сократить дробь д) умножить неравенство на \sqrt{a} е) сократить правую дробь, наложить ограничение $x > y$.

2.2. Логарифмические неравенства

1. а) $< б) > в) > г) > д) < е) <$

2. а) $< б) < в) > г) > д) > е) >$

3. а) $< б) > в) > г) >$

4. а) $> б) > в) < г) >$

5. а) $\log_2 \sqrt{35}; \log_2 6; \log_2 \frac{43}{7}$ б) $\log_{0,03} 6; \log_{0,3} 5; \log_3 4$

в) $\log_5 10; \log_2 3; \log_3 8$

6. а) и б) л в) и г) л

7. а) $(7; +\infty)$ б) $(0,5; 4)$ в) $(-\infty; 10,8)$ г) $(5; 21]$ д) $[\frac{9}{32}; +\infty)$ е) $(-\infty; 18)$

8. а) $(3; 15)$ б) \emptyset в) $[7; 17)$ г) $(-1; +\infty)$ д) $(1,2; 2] \cup [3; +\infty)$ е) $(56; 60)$

9. а) $[3; +\infty)$ б) $(2; \frac{17}{8}]$ в) $[25; +\infty)$ г) $(-\infty; -1) \cup [2 + \sqrt{3}; +\infty)$ д) $(0; \frac{3}{7})$ е) $(0; 4)$

ж) $[-2; -1) \cup (0; 9]$ з) $(0,5; 1] \cup [10; +\infty)$

10. а) $(-2; -1) \cup [4; 5)$ б) $(-\frac{10}{3}; -3] \cup [5; 6)$ в) $(2; 16]$ г) $[3; \sqrt{27})$

11. а) $(0; \frac{1}{27}) \cup (9; +\infty)$ б) $[2; 8]$ в) $(0; 1) \cup (49; +\infty)$ г) $(0; \frac{1}{8}) \cup (1; 8)$

д) $[\frac{17}{16}; 5]$ е) $[\frac{13}{4}; 67]$ ж) $[\frac{1}{25}; 25] \cup [125; +\infty)$ з) $(-5; -\sqrt{22}) \cup [-4; 4] \cup [\sqrt{22}; 5)$

12. а) $(9; 27)$ б) $(0,5; 8)$ в) $\left[0; \frac{1}{64}\right] \cup \{4\} \cup (64; +\infty)$ г) $\left[\frac{1}{8}; 8\right]$

д) $(0; 1) \cup \{3\} \cup (27; +\infty)$ е) $\left(0; \frac{1}{8}\right) \cup (64; 512)$

13. а) $(1; 3) \cup (4; +\infty)$ б) $(0,5; 1) \cup (2; +\infty)$ в) $(-\infty; -2) \cup \{1\} \cup (1,5; +\infty)$

г) $(-\infty; 0) \cup \{3\} \cup (3,5; +\infty)$ д) $(1; 2) \cup [5; 6) \cup (6; 7]$ е) $(2; 3) \cup [9; 10)$

ж) $(-2; -1] \cup (1; 2)$ з) \emptyset

14. а) $(9; 81]$ б) $(1; \sqrt{3}]$ в) $(0; 4] \cup [100; 101)$ г) $\left(1; \frac{4}{3}\right) \cup \left(\frac{8}{3}; 4\right)$

2.3. Показательные неравенства

1. а) $<$ б) $>$ в) $<$ г) $>$ д) $<$ е) $>$

2. а) $>$ б) $<$ в) $>$ г) $>$ д) $>$ е) $<$

3. а) $>$ б) $>$ в) $>$ г) $>$ д) $>$ е) $>$

4. а) логарифмировать обе части по основанию 2, и умножить их на 5.

б) потенцировать правую часть по основанию 2, сравнить логарифмы в степени.

в) разделить обе части на 5, возвести их в квадрат, далее $5\sqrt{3} < 5^2 < 36$.

г) смотри пункт а. д) смотри пункт б. е) смотри пункт в.

5. а) при $n = 1, x \geq -1$ неравенство верно, докажем, что оно верно для $(n + 1)$

$$(1 + x)^{n+1} = (1 + x)^n \cdot (1 + x) \geq (1 + nx)(1 + x) \geq 1 + nx + x = 1 + (n + 1)x$$

б) $\left(1 + \frac{1}{11}\right)^{22} > 1 + 22 \cdot \frac{1}{11} = 3$, ч. т. д.

в) $(1 + 0,02)^{50} > 1 + 50 \cdot 0,02 = 2$, ч. т. д.

г) $(1 + 0,03)^{90} > 3,7$ и $(1 + 0,09)^{30} > 3,7 \Rightarrow (1,03)^{90} \cdot (1,09)^{30} > (3,7)^2$, но $\frac{11}{3} = 3\frac{2}{3} <$

$$3,7 \Rightarrow (1,03)^{90} \cdot (1,09)^{30} > \left(\frac{11}{3}\right)^2$$

д) $3^{20} + 4^{20} < 4^{20} + 4^{20} = 2 \cdot 4^{20} = 2^{41} < 2^{45}$, теперь покажем, что $2^{45} < 5^{20} \Leftrightarrow 2^9 < 5^4 \Leftrightarrow 512 < 625 \Rightarrow 3^{20} + 4^{20} < 5^{20}$

е) смотри пункт д.

6. показать, что оба множителя отрицательные, опираясь на задания 4 и 5.

7. а) $(5; +\infty)$ б) $(-\infty; 4,5)$ в) $[-2; 2]$ г) $[1; +\infty)$ д) $(-\infty; \frac{1}{3})$ е) $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$

8. а) $(-2,5; +\infty)$ б) $[7; +\infty)$ в) $(1,5; +\infty)$ г) $(-\infty; \log_2 3]$ д) $(\log_{15} 2; +\infty)$

е) $(-\infty; \log_{3,5} \frac{1}{147}]$

9. а) $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ б) $\left[\frac{1}{3}; \log_3 2\right]$ в) $(0,5; +\infty)$ г) $(-\infty; \log_6 3)$

д) $[0; 2]$ е) $(\log_5 3; 2)$ ж) $(-\sqrt{2}; -1) \cup (1; \sqrt{2})$ з) $[1; \log_3 4,5]$

10. а) $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ б) $[0; 1]$ в) $(\log_5 0,8; 0)$ г) $[0,5; 1,5]$ д) $(-\infty; 0)$ е) $(-\infty; \frac{1}{3}]$

11. а) $(-\infty; 1] \cup (\log_3 4; +\infty)$ б) $(-\infty; \log_7 5]$ в) $(-0,5; 0,25)$ г) $(0; 0,25) \cup (1,5; +\infty)$
 д) $(-\infty; 2) \cup (2; \log_3 \frac{82}{9}) \cup (\log_3 10; +\infty)$ е) $(-\infty; \log_2 7) \cup (\log_2 7; \log_2 7,5) \cup (3; +\infty)$
 ж) $\{0\} \cup (\log_5 4; 1)$ з) $(-\infty; 0) \cup (0; 2) \cup (\log_2 6; 3]$
 12. а) $(-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$ б) $(\log_{0,4} 5; 1)$ в) $(-\infty; -2]$ г) $(0,5; +\infty)$
 13. а) $(-2; -1] \cup [0; 1)$ б) $\{\log_5 2\} \cup [1; 3]$ в) $(\log_4 3; 4]$ г) $[-3; 1,5) \cup (2; 3]$
 д) $[-1; 0) \cup (1; 4]$ е) $[-1; 0) \cup (1; 3]$
 14. а) $(0; 2]$ б) $(-\sqrt{5}; -2) \cup (1; 2)$ в) $(-2; -1) \cup [3; +\infty)$ г) $(3; 4)$
 д) $(-\infty; -1) \cup (1 + \sqrt{3}; 3)$ е) $(2; 3) \cup (3; +\infty)$ ж) $[1; +\infty)$ з) $(0; \log_7 2)$
 15. а) $[2; +\infty)$ б) $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$ в) $(0; 3)$ г) $[-1; +\infty)$ д) $(-\infty; 0) \cup [4; +\infty)$
 е) $(-\infty; 1]$

2.4. Тригонометрические неравенства

1. а) $>$ б) $<$ в) $>$ г) $<$ д) $<$ е) $<$
 2. а) $>$ б) $<$ в) $<$ г) $<$ д) $>$ е) $>$
 3. а) $2\sin 13^\circ > \sin 26^\circ \Leftrightarrow 2\sin 13^\circ > 2\sin 13^\circ \cos 13^\circ \Leftrightarrow 1 > \cos 13^\circ$ – очевидно.
 б) $\sin 10^\circ < \operatorname{tg} 10^\circ \Leftrightarrow \sin 10^\circ < \frac{\sin 10^\circ}{\cos 10^\circ} \Leftrightarrow 1 < \frac{1}{\cos 10^\circ} \Leftrightarrow \cos 10^\circ < 1$ – очевидно.
 в) $\cos^2 35^\circ > \cos 70^\circ \Leftrightarrow \cos^2 35^\circ > \cos^2 35^\circ - \sin^2 35^\circ \Leftrightarrow \sin^2 35^\circ > 0$ – очевидно.
 г) $\cos 99^\circ \cdot \sin 19^\circ < 0, \operatorname{tg} 11^\circ > 0 \Rightarrow \cos 99^\circ \cdot \sin 19^\circ < \operatorname{tg} 11^\circ$.
 д) $1 + \operatorname{tg}^2 5^\circ < \frac{1}{\cos^2 6^\circ} \Leftrightarrow \frac{1}{\cos^2 6^\circ} < \frac{1}{\cos^2 5^\circ} \Leftrightarrow \cos 6^\circ < \cos 5^\circ$ – очевидно.
 е) $\sin 21^\circ < 3\cos^2 7^\circ \cdot \sin 7^\circ \Leftrightarrow 3\sin 7^\circ - 4\sin^3 7^\circ < 3\cos^2 7^\circ \cdot \sin 7^\circ \Leftrightarrow 3 - 4\sin^2 7^\circ < 3\cos^2 7^\circ \Leftrightarrow 3 - \sin^2 7^\circ < 3\cos^2 7^\circ + 3\sin^2 7^\circ \Leftrightarrow 3 - \sin^2 7^\circ < 3 \Leftrightarrow \sin^2 7^\circ > 0$ – очевидно.
 4. а) $\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 70^\circ < \frac{1}{4} \Leftrightarrow \cos 20^\circ \cos 40^\circ \sin 20^\circ < \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cos 40^\circ \sin 40^\circ < \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{4} \sin 80^\circ < \frac{1}{4} \Leftrightarrow \sin 80^\circ < 1$ – очевидно.
 б) $\operatorname{tg} 40^\circ + \operatorname{tg} 50^\circ > 2 \Leftrightarrow \operatorname{tg} 40^\circ + \operatorname{ctg} 40^\circ > 2 \Leftrightarrow \frac{\sin 40^\circ}{\cos 40^\circ} + \frac{\cos 40^\circ}{\sin 40^\circ} > 2 \Leftrightarrow \frac{\cos^2 40^\circ + \sin^2 40^\circ}{\sin 40^\circ \cos 40^\circ} > 2 \Leftrightarrow \frac{1}{\sin 40^\circ \cos 40^\circ} > 2 \Leftrightarrow 2 \sin 40^\circ \cos 40^\circ < 1 \Leftrightarrow \sin 80^\circ < 1$ – очевидно.
 в) $\sin^6 x + \cos^6 x \geq \frac{1}{4} \Leftrightarrow (\sin^2 x + \cos^2 x)(\sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x) \geq \frac{1}{4} \Leftrightarrow \sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x \geq \frac{1}{4} \Leftrightarrow (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 3\sin^2 x \cos^2 x \geq \frac{1}{4} \Leftrightarrow 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x \geq \frac{1}{4} \Leftrightarrow 4\sin^2 x \cos^2 x \leq 1 \Leftrightarrow \sin^2 2x \leq 1$ – очевидно.
 5. а) $\sin 89^\circ; 1; \operatorname{tg} 46^\circ$ б) $\sin 20^\circ; \operatorname{tg} 20^\circ; \cos 20^\circ$ в) $0,5; \sin 40^\circ; 2\sin 20^\circ$

6. а) $\left(\frac{\pi}{6} + 2\pi k; \frac{5\pi}{6} + 2\pi k\right)$ б) $\left[\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi k}{3}; \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi k}{3}\right]$ в) $(\pi k; \frac{\pi}{6} + \pi k)$ г) $\left[\frac{\pi}{10} + \frac{\pi k}{5}; \frac{\pi}{5} + \frac{\pi k}{5}\right)$
 д) $\left(-\frac{4\pi}{3} + 4\pi k; -\frac{2\pi}{3} + 4\pi k\right)$ е) $\left[-\frac{\pi}{8} + 2\pi k; \frac{3\pi}{8} + 2\pi k\right]$ ж) $\left(-\frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}; -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}\right)$

з) $(\pi k; \frac{\pi}{3} + \pi k), k \in Z$

7. а) $\left[-\frac{7\pi}{12} + \pi k; \frac{\pi}{12} + \pi k\right]$ б) $\left(\frac{\pi}{3} + \pi k; \frac{2\pi}{3} + \pi k\right)$ в) $\left[-\frac{\pi}{3} + \pi k; \frac{\pi}{3} + \pi k\right]$

г) $\left(\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{3\pi}{4} + 2\pi k\right)$ д) $(-\infty; +\infty)$ е) $(-\pi + 2\pi k; \frac{\pi}{3} + 2\pi k), k \in Z$

8. а) $\left[-\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{\pi}{3} + 2\pi k\right]$ б) $\left(-\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{\pi}{3} + 2\pi k\right) \cup \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{2\pi}{3} + 2\pi k\right) \cup \left(\frac{4\pi}{3} + 2\pi k; \frac{3\pi}{2} + 2\pi k\right)$ в) $\left(2\pi k; \frac{\pi}{6} + 2\pi k\right) \cup \left(\frac{5\pi}{6} + 2\pi k; \pi + 2\pi k\right)$ г) \emptyset д) $\left[\frac{\pi}{4} + \pi k; \frac{\pi}{3} + \pi k\right]$

е) $\left(\pi k; \frac{\pi}{6} + \pi k\right) \cup \left[\frac{\pi}{3} + \pi k; \pi + \pi k\right), k \in Z$

9. а) $\left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi k; -\frac{\pi}{3} + 2\pi k\right]$ б) $\left(-\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{\pi}{6} + 2\pi k\right)$ в) $\left[\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi k\right)$

г) $\left[\frac{3\pi}{4} + 2\pi k; \pi + 2\pi k\right)$ д) $\left(2\pi k; \frac{\pi}{4} + 2\pi k\right)$ е) $\left(2\pi k; \frac{\pi}{4} + 2\pi k\right) \cup \left[\frac{3\pi}{4} + 2\pi k; \pi + 2\pi k\right), k \in Z$

2.5. Комбинированные неравенства

1. а) < б) < в) < г) > д) < е) >

2. а) > б) < в) > г) < д) > е) >

3. а) $(-\infty; 1] \cup [3; \log_2 10]$ б) $[1; 2] \cup [16; 32]$ в) $\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi k\right)$ г) $(2; 4)$

д) $\left(\frac{\pi}{6} + \pi k; \frac{\pi}{3} + \pi k\right)$ е) $(1; \log_5 33), k \in Z$

4. а) $(-\infty; 1] \cup [3; 6]$ б) $[-2; -1] \cup (7; +\infty)$ в) $[4; +\infty)$ г) $[-2; -1] \cup [0; 1]$ д) $(1; +\infty)$

е) $\left(0; \frac{1}{27}\right] \cup \left[\frac{1}{8}; 1\right)$

5. а) $(-0,5; 0) \cup (5; 6)$ б) $[0; 1] \cup (2; \log_3 10]$ в) $[7; 8]$ г) $\left[0; \frac{\pi}{6}\right)$